

thm_2Eint__arith_2Elt__move__left__left
(TMaipVA4b9VPfSHixEXC8JHn39W4uE6k4rX)

October 26, 2020

Let $ty_2Enum_2Enum : \iota$ be given. Assume the following.

$$nonempty\ ty_2Enum_2Enum \tag{1}$$

Let $ty_2Epair_2Eprod : \iota \Rightarrow \iota \Rightarrow \iota$ be given. Assume the following.

$$\forall A0.nonempty\ A0 \Rightarrow \forall A1.nonempty\ A1 \Rightarrow nonempty\ (ty_2Epair_2Eprod\ A0\ A1) \tag{2}$$

Let $ty_2Einteger_2Eint : \iota$ be given. Assume the following.

$$nonempty\ ty_2Einteger_2Eint \tag{3}$$

Let $c_2Einteger_2Eint_REP_CLASS : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Eint_REP_CLASS \in ((2^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})_{ty_2Einteger_2Eint}) \tag{4}$$

Definition 1 We define $c_2Emin_2E_40$ to be $\lambda A.\lambda P \in 2^A$.if $(\exists x \in A.p\ (ap\ P\ x))$ then (the $(\lambda x.x \in A \wedge p\ x)$ of type $\iota \Rightarrow \iota$).

Definition 2 We define $c_2Emin_2E_3D$ to be $\lambda A.\lambda x \in A.\lambda y \in A.inj_o\ (x = y)$ of type $\iota \Rightarrow \iota$.

Definition 3 We define $c_2Ebool_2E_27$ to be $(ap\ (ap\ (c_2Emin_2E_3D\ (2^2))\ (\lambda V0x \in 2.V0x))\ (\lambda V1x \in 2.V1x))$

Definition 4 We define $c_2Ebool_2E_21$ to be $\lambda A.\lambda P \in (2^{A-27a}).(ap\ (ap\ (c_2Emin_2E_3D\ (2^{A-27a})))$

Definition 5 We define $c_2Einteger_2Eint_REP$ to be $\lambda V0a \in ty_2Einteger_2Eint.(ap\ (c_2Emin_2E_40\ (ty_2Einteger_2Eint_REP_CLASS\ a)))$

Let $c_2Einteger_2Eint_neg : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Eint_neg \in ((ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)_{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)}) \tag{5}$$

Let $c_2Einteger_2Etint_eq : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Etint_eq \in ((2^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum)}) \quad (6)$$

Let $c_2Einteger_2Eint_ABS_CLASS : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Eint_ABS_CLASS \in (ty_2Einteger_2Eint)^{(2^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})} \quad (7)$$

Definition 6 We define $c_2Einteger_2Eint_ABS$ to be $\lambda V0r \in (ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)$

Definition 7 We define $c_2Einteger_2Eint_neg$ to be $\lambda V0T1 \in ty_2Einteger_2Eint.(ap\ c_2Einteger_2Eint_add$

Let $c_2Einteger_2Etint_add : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Etint_add \in (((ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)}) \quad (8)$$

Definition 8 We define $c_2Einteger_2Eint_add$ to be $\lambda V0T1 \in ty_2Einteger_2Eint.\lambda V1T2 \in ty_2Einteger_2Eint$

Let $c_2Einteger_2Etint_lt : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Etint_lt \in ((2^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)}) \quad (9)$$

Definition 9 We define $c_2Einteger_2Eint_lt$ to be $\lambda V0T1 \in ty_2Einteger_2Eint.\lambda V1T2 \in ty_2Einteger_2Eint$

Assume the following.

$$\begin{aligned} & (\forall V0y \in ty_2Einteger_2Eint. (\forall V1x \in ty_2Einteger_2Eint. \\ & ((ap\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_add\ V1x)\ V0y) = (ap\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_add \\ & \quad V0y)\ V1x)))) \end{aligned} \quad (10)$$

Assume the following.

$$\begin{aligned} & (\forall V0x \in ty_2Einteger_2Eint. (\forall V1y \in ty_2Einteger_2Eint. \\ & (\forall V2z \in ty_2Einteger_2Eint. ((p\ (ap\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_lt \\ & \quad (ap\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_add\ V0x)\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_neg \\ & \quad V1y)))\ V2z)) \Leftrightarrow (p\ (ap\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_lt\ V0x)\ (ap\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_add \\ & \quad V2z)\ V1y)))))) \end{aligned} \quad (11)$$

Theorem 1

$$\begin{aligned} & (\forall V0x \in ty_2Einteger_2Eint. (\forall V1y \in ty_2Einteger_2Eint. \\ & (\forall V2z \in ty_2Einteger_2Eint. ((p\ (ap\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_lt \\ & \quad V0x)\ (ap\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_add\ V1y)\ V2z))) \Leftrightarrow (p\ (ap\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_lt \\ & \quad (ap\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_add\ V0x)\ (ap\ c_2Einteger_2Eint_neg \\ & \quad V1y)))\ V2z)))))) \end{aligned}$$