

thm_2Eint_bitwise_2Eint_not_not
(TMcvbWJx6LDP4suk1AwJe7t3Am2PoAsE6pk)

October 26, 2020

Definition 1 We define $c_2Emin_2E_3D$ to be $\lambda A.\lambda x \in A.\lambda y \in A.inj_o$ ($x = y$) of type $\iota \rightarrow \iota$.

Definition 2 We define c_Ebool_ET to be $(ap \ (ap \ (c_Emin_3D \ (2^2)) \ (\lambda V0x \in 2.V0x)) \ (\lambda V1x \in 2.V1x))$

Let $c_2Enum_2EZERO_REP : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Enum_2ZERO_REP \in \omega \quad (1)$$

Let $ty_2Enum_2Enum : \iota$ be given. Assume the following.

nonempty *ty_2Enum_2Enum* (2)

Let $c_2Enum_2EABS_num : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Enum_2EABS_num \in (ty_2Enum_2Enum^{omega}) \quad (3)$$

Definition 3 We define c_2Enum_2E0 to be $(ap\ c_2Enum_2EABS_num\ c_2Enum_2EZERO_REP)$.

Definition 4 We define $c_2Earithmetic_2EZERO$ to be c_2Enum_2E0 .

Let $c_2Enum_2EREPE_num : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Enum_2EREP_num \in (\omega^{ty_2Enum_2Enum}) \quad (4)$$

Let $c_2Enum_2ESUC_REP : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Enum_2ESUC_REP \in (\omega^\omega)^\omega \quad (5)$$

Definition 5 We define $c_2.Ebool_2E_21$ to be $\lambda A.27a : \iota.(\lambda V0P \in (2^A_{27a}).(ap\ (ap\ (c_2.Emin_2E_3D\ (2^A_{27a}\ P)\ V)\ 0)\ P))$

Definition 6 We define c_2Enum_2ESUC to be $\lambda V0m \in ty_2Enum_2Enum.(ap\ c_2Enum_2EABS_num\ ($

Let $c_2Earithmetic_2E_2B : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Earithmetic_2E_2B \in ((ty_2Enum_2Enum^{ty_2Enum_2Enum})^{ty_2Enum_2Enum}) \quad (6)$$

Definition 7 We define $c_2Earithmetic_2EBIT1$ to be $\lambda V0n \in ty_2Enum_2Enum.(ap (ap c_2Earithmetic_2EBIT1 n) 0)$

Definition 8 We define $c_2Earithmetic_2ENUMERAL$ to be $\lambda V0x \in ty_2Enum_2Enum.V0x$.

Let $ty_2Einteger_2Eint : \iota$ be given. Assume the following.

$$nonempty\ ty_2Einteger_2Eint \quad (7)$$

Let $c_2Einteger_2Eint_of_num : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Eint_of_num \in (ty_2Einteger_2Eint^{ty_2Enum_2Enum}) \quad (8)$$

Let $ty_2Epair_2Eprod : \iota \Rightarrow \iota \Rightarrow \iota$ be given. Assume the following.

$$\begin{aligned} \forall A0.nonempty\ A0 \Rightarrow \forall A1.nonempty\ A1 \Rightarrow nonempty\ (ty_2Epair_2Eprod \\ A0\ A1) \end{aligned} \quad (9)$$

Let $c_2Einteger_2Eint_REP_CLASS : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Eint_REP_CLASS \in ((2^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})^{ty_2Einteger_2Eint}) \quad (10)$$

Definition 9 We define $c_2Emin_2E_40$ to be $\lambda A.\lambda P \in 2^A.\text{if } (\exists x \in A.p (ap P x)) \text{ then } (\text{the } (\lambda x.x \in A \wedge p \text{ of type } \iota \Rightarrow \iota).$

Definition 10 We define $c_2Einteger_2Eint_REP$ to be $\lambda V0a \in ty_2Einteger_2Eint.(ap (c_2Emin_2E_40 (t$

Let $c_2Einteger_2Etint_neg : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Etint_neg \in ((ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)}) \quad (11)$$

Let $c_2Einteger_2Etint_eq : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Etint_eq \in ((2^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum)}) \quad (12)$$

Let $c_2Einteger_2Eint_ABS_CLASS : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Eint_ABS_CLASS \in (ty_2Einteger_2Eint)^{(2^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})} \quad (13)$$

Definition 11 We define $c_2Einteger_2Eint_ABS$ to be $\lambda V0r \in (ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum).ap (c_2Emin_2E_40 (t$

Definition 12 We define $c_2Einteger_2Eint_neg$ to be $\lambda V0T1 \in ty_2Einteger_2Eint.(ap c_2Einteger_2Eint_neg T1)$

Let $c_2Einteger_2Etint_add : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Etint_add \in (((ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)}) \quad (14)$$

Definition 13 We define $c_2Einteger_2Eint_add$ to be $\lambda V0T1 \in ty_2Einteger_2Eint. \lambda V1T2 \in ty_2Einteger_2Eint.$

Definition 14 We define $c_2Einteger_2Eint_sub$ to be $\lambda V0x \in ty_2Einteger_2Eint. \lambda V1y \in ty_2Einteger_2Eint.$

Definition 15 We define $c_2Eint_bitwise_2Eint_not$ to be $\lambda V0i \in ty_2Einteger_2Eint. (ap (ap c_2Einteger_2Eint_not V0i) V0i))$

Assume the following.

$$True \quad (15)$$

Assume the following.

$$\forall A_27a. nonempty\ A_27a \Rightarrow (\forall V0x \in A_27a. ((V0x = V0x) \Leftrightarrow True)) \quad (16)$$

Assume the following.

$$(\forall V0x \in ty_2Einteger_2Eint. (\forall V1y \in ty_2Einteger_2Eint. ((ap (ap c_2Einteger_2Eint_neg (ap (ap c_2Einteger_2Eint_sub V0x) V1y)) = (ap (ap c_2Einteger_2Eint_sub V1y) V0x)))) \quad (17)$$

Assume the following.

$$(\forall V0x \in ty_2Einteger_2Eint. (\forall V1y \in ty_2Einteger_2Eint. ((ap (ap c_2Einteger_2Eint_sub (ap (ap c_2Einteger_2Eint_add V0x) V1y)) V0x) = V1y))) \quad (18)$$

Assume the following.

$$(\forall V0x \in ty_2Einteger_2Eint. ((ap (ap c_2Einteger_2Eint_sub (ap c_2Einteger_2Eint_of_num c_2Enum_2E0) V0x)) = (ap c_2Einteger_2Eint_neg V0x))) \quad (19)$$

Assume the following.

$$(\forall V0x \in ty_2Einteger_2Eint. (\forall V1y \in ty_2Einteger_2Eint. ((ap (ap c_2Einteger_2Eint_sub V0x) (ap c_2Einteger_2Eint_neg V1y)) = (ap (ap c_2Einteger_2Eint_add V0x) V1y)))) \quad (20)$$

Theorem 1

$$(\forall V0i \in ty_2Einteger_2Eint. ((ap (ap c_2Eint_bitwise_2Eint_not (ap c_2Eint_bitwise_2Eint_not V0i)) = V0i)))$$