

thm_2Einteger_2EINT__GT__REDUCE
 (TMJQQQXXEXzQ1mA2HymNdfoe13JeYfNZK3G)

October 26, 2020

Let $ty_2Enum_2Enum : \iota$ be given. Assume the following.

$$nonempty\ ty_2Enum_2Enum \quad (1)$$

Let $ty_2Epair_2Eprod : \iota \Rightarrow \iota \Rightarrow \iota$ be given. Assume the following.

$$\begin{aligned} \forall A0.nonempty\ A0 \Rightarrow \forall A1.nonempty\ A1 \Rightarrow nonempty\ (ty_2Epair_2Eprod \\ A0\ A1) \end{aligned} \quad (2)$$

Let $ty_2Einteger_2Eint : \iota$ be given. Assume the following.

$$nonempty\ ty_2Einteger_2Eint \quad (3)$$

Let $c_2Einteger_2Eint_REP_CLASS : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Eint_REP_CLASS \in ((2^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})^{ty_2Einteger_2Eint}) \quad (4)$$

Definition 1 We define $c_2Emin_2E_40$ to be $\lambda A.\lambda P \in 2^A.\text{if } (\exists x \in A.p (ap\ P\ x)) \text{ then } (\text{the } (\lambda x.x \in A \wedge p$
 $x)) \text{ of type } \iota \Rightarrow \iota.$

Definition 2 We define $c_2Emin_2E_3D$ to be $\lambda A.\lambda x \in A.\lambda y \in A.inj_o\ (x = y)$
 $\text{of type } \iota \Rightarrow \iota.$

Definition 3 We define c_2Ebool_2ET to be $(ap\ (ap\ (c_2Emin_2E_3D\ (2^2))\ (\lambda V0x \in 2.V0x))\ (\lambda V1x \in 2.V1x))$

Definition 4 We define $c_2Ebool_2E_21$ to be $\lambda A_27a : \iota.(\lambda V0P \in (2^{A_27a}).(ap\ (ap\ (c_2Emin_2E_3D\ (2^{A_27a}))\ (\lambda V1P \in 2.V1P)))$

Definition 5 We define $c_2Einteger_2Eint_REP$ to be $\lambda V0a \in ty_2Einteger_2Eint.(ap\ (c_2Emin_2E_40\ (ty_2Einteger_2Eint\ V0a)))$

Let $c_2Einteger_2Etint_lt : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Etint_lt \in ((2^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum)}) \quad (5)$$

Definition 6 We define $c_2Einteger_2Eint_lt$ to be $\lambda V0T1 \in ty_2Einteger_2Eint.\lambda V1T2 \in ty_2Einteger_2Eint.(c_2Einteger_2Etint_lt\ (V0T1, V1T2))$

Definition 7 We define $c_2Einteger_2Eint_gt$ to be $\lambda V0x \in ty_2Einteger_2Eint. \lambda V1y \in ty_2Einteger_2Eint.$

Definition 8 We define c_2Ebool_2EF to be $(ap\ (c_2Ebool_2E_21\ 2)\ (\lambda V0t \in 2.V0t))$.

Definition 9 We define $c_2 \in \text{min_E_3D_3D_3E}$ to be $\lambda P \in 2. \lambda Q \in 2. \text{inj_o} (p \ P \Rightarrow p \ Q)$ of type ι .

Definition 10 We define $c_2Ebool_2E_7E$ to be $(\lambda Vt \in 2.(ap\ (ap\ c_2Emin_2E_3D_3D_3E\ V0t)\ c_2Ebool_2E))$

Definition 11 We define $c_2Ebool_2E_2F_5C$ to be $(\lambda V0t1 \in 2.(\lambda V1t2 \in 2.(ap\ (c_2Ebool_2E_21\ 2)\ (\lambda V2t \in$

Let $c_2Enum_2EREP_num : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Enum_2EREP_num \in (\omega^{ty_2Enum_2Enum}) \quad (6)$$

Let $c_2Enum_2ESUC_REP : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Enum_2ESUC_REP \in (\omega^\omega)^\omega \quad (7)$$

Let $c_2Enum_2EABS_num : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Enum_2EABS_num \in (ty_2Enum_2Enum^{omega}) \quad (8)$$

Definition 12 We define c_2Enum_2ESUC to be $\lambda V0m \in ty_2Enum_2Enum.(ap\ c_2Enum_2EABS_num$

Definition 13 We define $c_2Ebool_2E_3F$ to be $\lambda A._27a : \iota.(\lambda V0P \in (2^A_{27}a)).(ap\ V0P\ (ap\ (c_2Emin_2E_40$

Definition 14 We define $c_2Eprim_rec_2E_3C$ to be $\lambda V0m \in ty_2Enum_2Enum. \lambda V1n \in ty_2Enum_2Enum.$

Let $c_2Einteger_2Etint_neg : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_{-2Einteger_2Etint_neg} \in ((ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\\ ty_2Enum_2Enum)^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)}) \quad (9)$$

Let $c_2Einteger_2Etint_eq : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Etint_eq \in ((2^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Enum_2Enum)})^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum)})^{(ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum)} \quad (10)$$

Let $c_2Einteger_2Eint_ABS_CLASS : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Eint_ABS_CLASS \in (ty_2Einteger_2Eint(2^{(ty_2Epair_2Eprod_ty_2Enum_2Enum_ty_2Enum_2Enum)}))$$

Definition 15 We define $c_2Einteger_2Eint_ABS$ to be $\lambda V0r \in (ty_2Epair_2Eprod\ ty_2Enum_2Enum\ ty_2Eint)$

Definition 16 We define $c_2Einteger_2Eint_neg$ to be $\lambda V0T1 \in ty_2Einteger_2Eint.(ap\ c_2Einteger_2Eint_neg\ V0)$

Let $c_2Enum_2EZERO_REP : \iota$ be given. Assume the following.

c_2Enum_2EZERO REP $\in \omega$

Definition 17 We define c_2Enum_2E0 to be $(ap\ c_2Enum_2EABS_num\ c_2Enum_2EZERO_REP)$.

Let $c_2Earithmetic_2E_2B : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Earithmetic_2E_2B \in ((ty_2Enum_2Enum^{ty_2Enum_2Enum})^{ty_2Enum_2Enum}) \quad (13)$$

Definition 18 We define $c_2Earithmetic_2EBIT2$ to be $\lambda V0n \in ty_2Enum_2Enum.(ap\ (ap\ c_2Earithmetic_2E_2B\ n))$

Definition 19 We define $c_2Earithmetic_2EBIT1$ to be $\lambda V0n \in ty_2Enum_2Enum.(ap\ (ap\ c_2Earithmetic_2E_2B\ n))$

Definition 20 We define $c_2Earithmetic_2ENUMERAL$ to be $\lambda V0x \in ty_2Enum_2Enum.V0x$.

Let $c_2Einteger_2Eint_of_num : \iota$ be given. Assume the following.

$$c_2Einteger_2Eint_of_num \in (ty_2Einteger_2Eint^{ty_2Enum_2Enum}) \quad (14)$$

Assume the following.

$$\forall A_27a.\text{nonempty } A_27a \Rightarrow (\forall V0x \in A_27a.(\forall V1y \in A_27a.((V0x = V1y) \Leftrightarrow (V1y = V0x)))) \quad (15)$$

Assume the following.

$$\begin{aligned}
& (\forall V0n \in ty_2Enum_2Enum. (\forall V1m \in ty_2Enum_2Enum. (\forall V0m \in ty_2Enum_2Enum. \\
& ((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_lt (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& c_2Enum_2E0)) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& (ap c_2Earithmetic_2EBIT1 V0n)))) \Leftrightarrow True) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_lt \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num c_2Enum_2E0)) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL (ap c_2Earithmetic_2EBIT2 V0n)))) \Leftrightarrow \\
& True) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_lt (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& c_2Enum_2E0)) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num c_2Enum_2E0))) \Leftrightarrow \\
& False) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_lt (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& c_2Enum_2E0)) (ap c_2Einteger_2Eint_neg (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL V0n)))) \Leftrightarrow False) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_lt \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& V0n))) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num c_2Enum_2E0))) \Leftrightarrow False) \wedge \\
& (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_lt (ap c_2Einteger_2Eint_neg \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& (ap c_2Earithmetic_2EBIT1 V0n)))) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& c_2Enum_2E0))) \Leftrightarrow True) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_lt (ap \\
& c_2Einteger_2Eint_neg (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& (ap c_2Earithmetic_2EBIT2 V0n)))) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& c_2Enum_2E0))) \Leftrightarrow True) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_lt (ap \\
& c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL V0n))) \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& V1m))) \Leftrightarrow (p (ap (ap c_2Eprim_rec_2E_3C V0n) V1m))) \wedge (((p (ap \\
& c_2Einteger_2Eint_lt (ap c_2Einteger_2Eint_neg (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL (ap c_2Earithmetic_2EBIT1 V0n)))) \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& V1m))) \Leftrightarrow True) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_lt (ap c_2Einteger_2Eint_neg \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& (ap c_2Earithmetic_2EBIT2 V0n)))) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL V1m))) \Leftrightarrow True) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_lt \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& V0n))) (ap c_2Einteger_2Eint_neg (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL V1m))) \Leftrightarrow False) \wedge ((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_lt \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& V0n))) (ap c_2Einteger_2Eint_neg (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL V1m)))) \Leftrightarrow False) \wedge (((p (ap (ap c_2Eprim_rec_2E_3C V1m) V0n))))))) \\
& (16)
\end{aligned}$$

Theorem 1

$$\begin{aligned}
& (\forall V0n \in ty_2Enum_2Enum. (\forall V1m \in ty_2Enum_2Enum. \\
& ((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL (ap c_2Earithmetic_2EBIT1 V0n)))) \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num c_2Enum_2E0))) \Leftrightarrow True) \wedge (((p (\\
& ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL (ap c_2Earithmetic_2EBIT2 V0n)))) \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num c_2Enum_2E0))) \Leftrightarrow True) \wedge (((p (\\
& ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& c_2Enum_2E0)) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num c_2Enum_2E0))) \Leftrightarrow \\
& False) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt (ap c_2Einteger_2Eint_neg \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& V0n)))) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num c_2Enum_2E0))) \Leftrightarrow False) \wedge \\
& (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& c_2Enum_2E0)) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& V0n))) \Leftrightarrow False) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& c_2Enum_2E0)) (ap c_2Einteger_2Eint_neg (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL (ap c_2Earithmetic_2EBIT1 V0n)))) \Leftrightarrow \\
& True) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& c_2Enum_2E0)) (ap c_2Einteger_2Eint_neg (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL (ap c_2Earithmetic_2EBIT2 V0n)))) \Leftrightarrow \\
& True) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL V1m))) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL V0n))) \Leftrightarrow (p (ap (ap c_2Eprim_rec_2E_3C \\
& V0n) V1m))) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL V1m))) (ap c_2Einteger_2Eint_neg \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& (ap c_2Earithmetic_2EBIT1 V0n)))) \Leftrightarrow True) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& V1m))) (ap c_2Einteger_2Eint_neg (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL (ap c_2Earithmetic_2EBIT2 V0n)))) \Leftrightarrow \\
& True) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt (ap c_2Einteger_2Eint_neg \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& V0n)))) (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& V0n))) \Leftrightarrow False) \wedge (((p (ap (ap c_2Einteger_2Eint_gt (ap c_2Einteger_2Eint_neg \\
& (ap c_2Einteger_2Eint_of_num (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL \\
& V1m))) (ap c_2Einteger_2Eint_neg (ap c_2Einteger_2Eint_of_num \\
& (ap c_2Earithmetic_2ENUMERAL V0n)))) \Leftrightarrow (p (ap (ap c_2Eprim_rec_2E_3C \\
& V1m) V0n)))))))))))))))
\end{aligned}$$